TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC KỲ MÔN GIẢI TÍCH II

⋆⋆⋆⋆⋆ ⋆⋆⋆⋆⋆

Đối tượng dự thi: **A_1T, A_2, A_3, A_1S, A_1C - K52**
Thời gian làm bài: **120 phút**

Đề số 1

Câu 1. (*1 điểm*) Định nghĩa nguyên hàm và tích phân bất định của một hàm trên một khoảng. Chứng minh rằng nếu hàm f liên tục trên một khoảng thì có nguyên hàm trên khoảng đó.

Câu 2. (*1 điểm*) Định nghĩa tổng tích phân và tích phân của một hàm trên đoạn $[a, b]$ (giải thích ký hiệu $\lim\limits_{d(T)\to 0} \sigma_f(T, \xi) = I$).

Câu 3. (*1 điểm*) Chứng minh rằng nếu hàm f không giảm trên $[a, b]$ thì khả tích trên $[a.b]$.

Câu 4. (*1 điểm*) Định nghĩa tích phân suy rộng loại I (trên $[a, +\infty)$). Phát biểu (không chứng minh) tiêu chuẩn Cauchy về sự hội tụ của $\int_a^{+\infty} f(x)\, dx$.

Câu 5. (*1 điểm*) Phát biểu và chứng minh dấu hiệu Abel về sự hội tụ của $\int_a^{+\infty} f(x)\, g(x)\, dx$.

Câu 6. (*1 điểm*) Tính

$$\int_2^{+\infty} \frac{2dx}{x^4 - 1}.$$

Câu 7. (*1 điểm*) Giả sử $\int_a^{+\infty} f(x)\, dx$ hội tụ còn $g(x)$ liên tục và bị chặn trên $[a, +\infty)$. Có kết luận được rằng $\int_a^{+\infty} f(x)\, g(x)\, dx$ hội tụ hay không? Tại sao?

Câu 8. (*1 điểm*) Xác định α, β để tích phân

$$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^\alpha + x^\beta}$$

hội tụ.

Câu 9. (*1 điểm*) Tính diện tích của hình ellip

$$\left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \le 1\right\}.$$

Câu 10. (*1 điểm*) Tính thể tích của hình không gian (H) giới hạn bởi mặt trụ ellip $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ và các mặt phẳng $z = 0$, $z = \frac{c}{a}x$, tức là

$$(H) = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \le 1, 0 \le z \le \frac{c}{a}x\right\}$$

trong đó a, b, c là các số dương cho trước.

Ghi chú: Thí sinh ***không được phép*** *sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không cần phải giải thích gì thêm.*