TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC KỲ MÔN GIẢI TÍCH II

★★★★★ ★★★★★

Đối tượng dự thi: **$\mathbf{A_1T}$, $\mathbf{A_2}$, $\mathbf{A_3}$, $\mathbf{A_1S}$, $\mathbf{A_1C}$ - K52**
Thời gian làm bài: **120 phút**

Đề số 2

Câu 1. (*1 điểm*) Định nghĩa tổng Darboux của hàm f trên $[a, b]$. Phát biểu (không chứng minh) điều kiện cần và đủ để một hàm khả tích liên quan đến tổng Darboux.

Câu 2. (*1 điểm*) Chứng minh rằng nếu hàm f liên tục trên $[a, b]$ thì tồn tại điểm $c \in [a, b]$ thỏa mãn

$$\int_a^b f(x)\,dx = (b-a)\,f(c).$$

Câu 3. (*1 điểm*) Phát biểu và chứng minh công thức Newton-Leibnitz đối với tích phân xác định.

Câu 4. (*1 điểm*) Phát biểu (không chứng minh) dấu hiệu Dirichlet về sự hội tụ của tích phân $\int_a^{+\infty} f(x)\,g(x)\,dx$.

Câu 5. (*1 điểm*) Định nghĩa sự hội tụ tuyệt đối của tích phân suy rộng loại I. Phát biểu và chứng minh sự liên quan giữa $\int_a^{+\infty} |f(x)|\,dx$ và $\int_a^{+\infty} f(x)\,dx$.

Câu 6. (*1 điểm*) Tính

$$\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x^2+x-2}.$$

Câu 7. (*1 điểm*) Xác định dấu của

$$\int_{-2}^{2} \frac{x^3}{3^x}dx.$$

Câu 8. (*1 điểm*) Giả sử hàm f liên tục trên $[a, +\infty)$ và $\int_a^{+\infty} f(x)\,dx$ hội tụ. Có kết luận được rằng $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$ hay không? Vì sao?

Câu 9. (*1 điểm*) Tính độ dài đường cong (đường khương tuyến) có phương trình tham số

$$\begin{cases} x &= a\cos t, \\ y &= a\sin t, \qquad 0 \le t \le 2\pi, \\ z &= bt, \end{cases}$$

trong đó a, b, c là ba số dương cho trước.

Câu 10. (*1 điểm*) Biết rằng diện tích của hình ellip $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \le 1$ là πab. Hãy tính thể tích của khối ellipsoid

$$\left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \le 1\right\} \quad , \quad a, b, c > 0.$$

---

*Ghi chú: Thí sinh **không được phép** sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không cần phải giải thích gì thêm.*