

ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC KỲ, ĐỀ SỐ 2

Môn học: Giải tích 1
Số đơn vị học trình: 5
Đối tượng dự thi: **K50-A1T, A1S và Toán Tin**
Thời gian làm bài: **120 phút**

Câu 1. Định nghĩa lát cắt trong tập \mathbb{Q} các số hữu tỉ và định nghĩa số thực. Định nghĩa cận trên đúng và cận dưới đúng của một tập số.

Câu 2. Phát biểu định nghĩa giới hạn $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$ (x_0 và L là các số hữu hạn) dưới "ngôn ngữ ε - δ ". Phát biểu và chứng minh định lý về mối liên hệ giữa giới hạn hàm số và giới hạn của dãy số.

Câu 3. Phát biểu và chứng minh định lý Fermat. Phát biểu (không chứng minh) công thức Taylor với phần dư dạng Lagrange.

Câu 4.

1. Cho $a_0 > 0$, $a_{n+1} = \frac{1}{2} \left(a_n + \frac{1}{a_n} \right)$, $n \geq 1$. Tìm $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.

2. Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x = 0, \\ e^{-\frac{1}{x^2}} & x \neq 0. \end{cases}$$

Tìm $f'(0)$ và $f''(0)$. Chứng minh rằng f khả vi vô hạn lần tại 0.

Câu 5. Tính các giới hạn

1.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{\cot x}{x} \right).$$

2.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x - \arcsin 2}{\arctan 3x}.$$

Câu 6.

1. Tìm khai triển Mac-Laurin của hàm $f(x) = \sqrt[m]{a^m + x}$ đến x^2 (a là hằng số dương cho trước).

2. Cho x, y là hai số dương thay đổi có tổng bằng hằng số a cho trước còn m, n là hai số dương cho trước. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $x^m y^n$.