

ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC KỲ, ĐỀ SỐ 2

Môn học: Giải tích 2a
Số đơn vị học trình: 3
Đối tượng dự thi: **K50-A1T, A1S và Toán Tin**
Thời gian làm bài: **120 phút**

Câu 1.

1. Phát biểu và chứng minh các định lý về giá trị trung bình của tích phân xác định của hàm $f(x)$ trên $[a, b]$ và các hệ quả của chúng.
2. Cho hàm $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a, b]$ không đồng nhất bằng không. Chứng minh rằng nếu $\int_a^b f(x) dx = 0$ thì tồn tại $c \in [a, b]$ sao cho $f(c) = 0$.

Câu 2. Tính các tích phân sau

1. $\int_0^\pi (x \sin x)^2 dx.$
2. $\int_0^\pi \frac{dx}{1 + \varepsilon \cos x}, 0 \leq \varepsilon < 1.$

Câu 3.

1. Phát biểu điều kiện cần và đủ để tích phân $\int_a^{+\infty} f(x) dx$ hội tụ. Chứng minh rằng nếu $\int_a^{+\infty} |f(x)| dx$ hội tụ thì $\int_a^{+\infty} f(x) dx$ cũng hội tụ. Cho ví dụ chứng tỏ rằng nếu tích phân $\int_a^{+\infty} f(x) dx$ hội tụ thì chưa thể khẳng định $\int_a^{+\infty} |f(x)| dx$ hội tụ.
2. Xét tính hội tụ của các tích phân sau

(a) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{x}(e^x - e^{-x})}.$

(b) $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^\alpha \ln^\beta x}.$