

ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC KỲ, ĐỀ SỐ 1

Môn học: Giải tích 2b

Số đơn vị học trình: 3

Đối tượng dự thi: **K50-A1T, A1S và Toán Tin**

Thời gian làm bài: **120 phút**

Câu 1.

1. Định nghĩa chuẩn trên \mathbb{R}^n . Định nghĩa hàm liên tục theo từng biến và hàm liên tục tại một điểm trên \mathbb{R}^n . Chứng minh rằng một hàm liên tục theo chuẩn này thì cũng liên tục theo chuẩn khác trên \mathbb{R}^n .

2. Cho hàm số $u = \arcsin \frac{y}{x}$ trên miền $D : \begin{cases} x^2 + y^2 - 2x < 0, \\ |y| \leq |x|. \end{cases}$

(a) Xét tính liên tục của hàm số trên D .

(b) Xét tính liên tục đều của hàm số trên D .

Câu 2.

1. Định nghĩa các đạo hàm riêng cấp 1 và cấp cao. Phát biểu và chứng minh định lý về tính không phụ thuộc thứ tự đạo hàm theo các biến của đạo hàm riêng cấp hai của hàm hai biến.

2. Định nghĩa hàm khả vi tại một điểm và trên một tập mở trong \mathbb{R}^n . Xét tính khả vi của hàm số

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{\sqrt{x^4 + y^2}}, & x^2 + y^2 > 0, \\ 0, & x = y = 0. \end{cases}$$

Câu 3.

1. Cho hàm hai biến $f(s, t)$ có đạo hàm riêng đến cấp hai liên tục. Tính

$$\Delta u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad \text{với} \quad u = f(x^2 + y^2, x^3 + y^3).$$

2. Định nghĩa đường cong và tiếp tuyến của đường cong trong \mathbb{R}^3 . Viết phương trình tiếp tuyến của đường cong tại một điểm. Cho đường cong xác định bởi hệ

$$\begin{cases} f(x, y, z) = 0, \\ g(x, y, z) = 0. \end{cases} \quad \text{trong đó } f, g \text{ là những hàm khả vi tại lân cận điểm } (x_0, y_0, z_0)$$

và trong lân cận đó $\frac{D(f, g)}{D(y, z)} \neq 0$. Tìm véc tơ chỉ phương và viết phương trình tiếp tuyến của đường cong tại điểm (x_0, y_0, z_0) .