

ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC KỲ, ĐỀ SỐ 1

Môn học: Giải tích 3  
Số đơn vị học trình: 4  
Đối tượng dự thi: **K50-A1T, A1S và Toán Tin**  
Thời gian làm bài: **120 phút**

**Câu 1.**

1. Phát biểu và chứng minh dấu hiệu Dirichlet để một chuỗi số có dấu bất kỳ hội tụ.
2. Phát biểu định lý về tính khả tích của một chuỗi hàm.

**Câu 2.** Phát biểu định lý về tính khả vi của tích phân phụ thuộc tham số với cận thay đổi (cận phụ thuộc tham số).

**Câu 3.**

1. Xét sự hội tụ và hội tụ tuyệt đối của chuỗi

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{n}$$

trên khoảng  $(0, \pi)$ .

2. Tìm miền hội tụ của chuỗi hàm

$$\sum_{n=1}^{\infty} n! \left(\frac{x}{n}\right)^n.$$

**Câu 4.** Khai triển hàm  $y = x^2$  thành chuỗi Fourier trên đoạn  $[-\pi, \pi]$ . Áp dụng tính tổng

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}.$$

**Câu 5.**

1. Tìm miền hội tụ của tích phân

$$I(p) = \int_0^{+\infty} \frac{e^{-x}}{x^p} dx$$

2. Chứng minh rằng hàm

$$I(\alpha) = \int_0^{+\infty} \frac{\cos x}{1 + (x + \alpha)^2} dx$$

liên tục và khả vi trên  $(-\infty, \infty)$ .

*Ghi chú: Cán bộ coi thi không cần giải thích gì thêm*