

ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC KỲ, ĐỀ SỐ 1

Môn học: Giải tích 1
Số đơn vị học trình: 5
Đối tượng dự thi: **K51-A1T, A1S và Toán Tin**
Thời gian làm bài: **120 phút**

Câu 1. Định nghĩa cận trên đúng, cận dưới đúng của một tập số thực. Chứng minh rằng nếu tập $X \subset \mathbb{R}$ bị chặn trên thì có cận trên đúng.

Câu 2. Định nghĩa hàm số có giới hạn $+\infty$ khi $x \rightarrow x_0^-$. Định nghĩa dãy số có giới hạn L (L là số hữu hạn).

Câu 3. Cho hàm f không giảm trên $[a, b]$. Chứng minh rằng f liên tục trên $[a, b]$ khi và chỉ khi f có tập giá trị là đoạn $[f(a), f(b)]$.

Câu 4. Phát biểu và chứng minh định lý Fermat về đạo hàm của hàm số tại điểm cực trị.

Câu 5. Tìm các giới hạn

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n}$.

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ trong đó $a_0 > 0$, $a_n = \frac{1}{2} \left(a_{n-1} + \frac{1}{a_{n-1}} \right)$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

Câu 6.

1. Chứng minh rằng

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \dots + \frac{1}{n!} \right) = e.$$

2. Tính

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right).$$

Câu 7.

1. Cho hàm số $y = (x^2 + 1) \cos 3x$. Tính $y^{(100)}$.

2. Tìm khai triển Mac Laurin của hàm e^{2x-x^2} đến x^3 .