

ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC KỲ, ĐỀ SỐ 1

Môn học: Giải tích 2
Số đơn vị học trình: 3
Đối tượng dự thi: **K51-A1T, A1S và Toán Tin**
Thời gian làm bài: **120 phút**

I. Lý thuyết

1. Chứng minh rằng nếu hàm $f(x)$ khả tích trên đoạn $[a, b]$ thì bị chặn trên đoạn đó.
2. Cho hàm $f(x)$ xác định trên đoạn $[a, b]$. Chứng minh rằng
(a) Nếu hàm $f(x)$ khả tích trên $[a, b]$ thì hàm

$$F(x) = \int_a^x f(t) dt$$

là hàm liên tục trên đoạn đó

- (b) Nếu hàm $f(x)$ liên tục trên $[a, b]$ thì hàm

$$F(x) = \int_a^x f(t) dt$$

khả vi trên đoạn đó

Giả sử $f(x) = |1 - x|$, $0 \leq x \leq 2$. Tính nguyên hàm của hàm $f(x)$ trong khoảng $(0, 2)$.

II. Bài tập

1. Tính các tích phân sau

- (a) $\int_0^{2\pi} \frac{dx}{(2 + \cos x)(3 + \cos x)}$.

- (b) $\int_0^\pi e^x \cos^2 x dx$.

2. Xét tính hội tụ của tích phân

$$\int_1^{+\infty} \frac{\sin x^2}{x^\alpha} dx, \quad \alpha > 0.$$

3. Cho hàm $g(x)$ xác định trong $[0, +\infty)$, đơn điệu dần về 0 khi $x \rightarrow +\infty$. Chứng minh rằng các tích phân $\int_0^{+\infty} g(x) \sin^2 x dx$ và $\int_0^{+\infty} g(x) dx$ cùng hội tụ hay cùng phân kỳ.