

ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC KỲ, ĐỀ SỐ 2

Môn học: Giải tích 2
Số đơn vị học trình: 3
Đối tượng dự thi: **K51-A1T, A1S và Toán Tin**
Thời gian làm bài: **120 phút**

I. Lý thuyết

1. Chứng minh các định lý về giá trị trung bình của tích phân xác định và hệ quả của nó.
2. Chứng minh rằng nếu tích phân $\int_a^{+\infty} |f(x)| dx$ hội tụ thì tích phân $\int_a^{+\infty} f(x) dx$ hội tụ. Cho một ví dụ để chứng tỏ nếu tích phân $\int_a^{+\infty} f(x) dx$ hội tụ thì chưa thể khẳng định tích phân $\int_a^{+\infty} |f(x)| dx$ hội tụ.

II. Bài tập

1. Chứng minh rằng nếu $f(x)$ là hàm xác định và liên tục trong $(-\infty, +\infty)$, tuần hoàn với chu kỳ T thì

$$\int_a^{a+T} f(x) dx = \int_0^T f(x) dx.$$

2. Tính các tích phân sau

(a) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{2 \sin^2 x + 3 \cos^2 x}.$

(b) $\int_0^{+\infty} \frac{\arctan x}{(1+x^2)^{\frac{3}{2}}} dx.$

3. Xét tính hội tụ của tích phân

$$\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x^\alpha (\ln x)^\beta}, \quad \alpha > 0, \beta > 0.$$