

ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC KỲ, ĐỀ SỐ 2

Môn học: Giải tích 3
Số đơn vị học trình: 3
Đối tượng dự thi: **K51-A1T, A1S và Toán Tin**
Thời gian làm bài: **120 phút**

Câu 1.

1. Định nghĩa chuẩn trên một không gian tuyến tính. Định nghĩa hai chuẩn tương đương. Định nghĩa hàm nhiều biến liên tục tại một điểm theo một chuẩn φ nào đó trên \mathbb{R}^N . Chứng minh rằng một hàm liên tục theo chuẩn φ thì cũng liên tục theo chuẩn ψ tương đương với φ .
2. Tìm tập điểm gián đoạn của hàm

$$f(x, y) = \begin{cases} (x + y) \sin \frac{1}{x}, & \text{nếu } x \neq 0, \\ 0, & \text{nếu } x = 0. \end{cases}$$

Câu 2.

1. Định nghĩa hàm khả vi nhiều biến. Phát biểu và chứng minh định lý về điều kiện cần để một hàm khả vi có liên quan đến đạo hàm riêng.
2. Khai triển Taylor hàm

$$u = x^4 + 2y^4 - 3x^2y + y$$

tại điểm $A(1, 0)$.

Câu 3.

1. Phát biểu định lý Schwartz về tính đối xứng của đạo hàm riêng cấp hai.
2. Cho hàm

$$f(x, y) = \begin{cases} y^2 \ln \left(1 + \frac{x^2}{y^2} \right), & \text{nếu } y \neq 0, \\ 0, & \text{nếu } y = 0. \end{cases}$$

Chứng minh rằng $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ và $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$ không liên tục tại $(0, 0)$ nhưng

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0, 0) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(0, 0).$$