

ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC KỲ, ĐỀ SỐ 1

Môn học: Giải tích 4  
Số đơn vị học trình: 4  
Đối tượng dự thi: **K51-A1T, A1S và Toán Tin**  
Thời gian làm bài: **120 phút**

**Câu 1.** Phát biểu và chứng minh dấu hiệu hội tụ D'Alembert đối với chuỗi số dương.

**Câu 2.** Định nghĩa chuỗi Fourier của một hàm khả tích trên  $[-\pi, \pi]$ . Phát biểu (không chứng minh) định lý về sự hội tụ của chuỗi Fourier.

**Câu 3.** Phát biểu và chứng minh định lý về tính liên tục của tích phân thường phụ thuộc tham số.

**Câu 4.** Xét sự hội tụ hay phân kỳ của chuỗi số sau theo  $\alpha$

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{\sqrt{n+2} - \sqrt{n-2}}{n^\alpha}.$$

**Câu 5.** Xét sự hội tụ, hội tụ tuyệt đối của chuỗi

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln n}.$$

**Câu 6.** Xét sự hội tụ và hội tụ đều của dãy hàm  $f_n(x) = x^n - x^{n-1}$  trên đoạn  $[0, 1]$ .

**Câu 7.** Xác định miền hội tụ của chuỗi hàm

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{2n-1} \left( \frac{1-x}{1+x} \right)^n.$$

**Câu 8.** Tính tổng của chuỗi

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n(n+1)x^n.$$

**Câu 9.** Biết rằng

$$x = 2 \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n+1} \frac{\sin nx}{n}$$

với  $x \in (-\pi, \pi)$ . Tìm khai triển Fourier của hàm  $f(x) = x^2$  trên  $[-\pi, \pi]$ .

---

Ghi chú: Cán bộ coi thi không cần giải thích gì thêm